

Brüche addieren und subtrahieren

Thema: **Bruchzahlen**

Klasse: **5. / 6. Klasse**

Schwierigkeit: **Leicht**

Zeit: **30 Minuten**

Aufgaben: **8**

Name:

Datum:

Das wichtigste auf einen Blick

Gleichnamige Brüche (gleicher Nenner) – nur die Zähler addieren oder subtrahieren, der Nenner bleibt:

$$\frac{a}{n} \pm \frac{b}{n} = \frac{a \pm b}{n}$$

Ungleichnamige Brüche – Schritt für Schritt:

1. Hauptnenner (kleinstes gemeinsames Vielfaches, kgV) bestimmen
2. Jeden Bruch auf den Hauptnenner erweitern: Zähler **und** Nenner mit derselben Zahl multiplizieren
3. Zähler addieren oder subtrahieren
4. Ergebnis kürzen

Teil A – Grundlagen Gleichnamige Brüche und Grundbegriffe

Aufgabe 1

2 P.

Wahr oder Falsch? Kreuze die richtige Spalte an.

Aussage

Wahr

Falsch

(

```
equation(  
  block: false,  
  body: sequence(  
    frac(num: [1], denom: [5]),  
    [ ],  
    [+],  
    [ ],  
    frac(num: [2], denom: [5]),  
    [ ],
```

☐☐

```

    [=],
    [ ],
    frac(num: [3], denom: [5]),
  ),
),
[Stimmt das?],
)
(
  sequence(
    [Beim Addieren von Brüchen werden Zähler],
    [ ],
    strong(body: [und]),
    [ ],
    [Nenner addiert.],
  ),
  [],
)
(
  equation(
    block: false,
    body: sequence(
      frac(num: [3], denom: [8]),
      [ ],
      [-],
      [ ],
      frac(num: [1], denom: [8]),
      [ ],
      [=],
      [ ],
      frac(num: [2], denom: [8]),
      [ ],
      [=],
      [ ],
      frac(num: [1], denom: [4]),
    ),
  ),
  [Stimmt das?],
)
(
  sequence(
    [Das kleinste gemeinsame Vielfache],
    [ ],
    [(kgV) von 4 und 6 ist 24.],
  ),
  [],
)

```

☐ ☐
☐ ☐
☐ ☐

Aufgabe 2

2 P.

Berechne und kürze das Ergebnis so weit wie möglich.

a)

$$\frac{2}{9} + \frac{4}{9} =$$

b)

$$\frac{7}{10} - \frac{3}{10} =$$

c)

$$\frac{5}{12} + \frac{4}{12} =$$

 **Hinweis:** Sind die Nenner gleich? Dann einfach die Zähler zusammenrechnen – der Nenner bleibt!

Aufgabe 3

2 P.

Lückentext: Fülle die Lücken aus, um die Rechnung $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ Schritt für Schritt zu erklären.

Der Hauptnenner (kgV von 4 und 6) ist: _____

Den ersten Bruch erweitere ich: $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot \blacksquare}{4 \cdot \blacksquare} = \underline{\hspace{2cm}}$

Den zweiten Bruch erweitere ich: $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot \blacksquare}{6 \cdot \blacksquare} = \underline{\hspace{2cm}}$

Das Ergebnis lautet: _____

Teil B – Anwendung Ungleichnamige Brüche und Fehleranalyse

Aufgabe 4

3 P.

Multiple Choice: Welcher Hauptnenner ist für die folgende Aufgabe am **geschicktesten**?

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

☐ **A)** 7 – denn $3 + 4 = 7$

☐ **B)** 12 – denn $\text{kgV}(3, 4) = 12$

☐ **C)** 6 – denn 6 ist ein Vielfaches von 3

☐ **D)** 24 – denn $3 \times 4 \times 2 = 24$

Erkläre in einem Satz, warum deine Wahl die geschickteste ist:

Aufgabe 5

3 P.

Berechne und kürze das Ergebnis vollständig. Zeige alle Rechenschritte.

a)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

b)

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$$

c)

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$$

 **Hinweis:** Schreibe die Erweiterung immer deutlich hin, z. B. $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$. So vergisst du den Zähler nicht!

Aufgabe 6

3 P.

Fehler finden und korrigieren: Ein Schüler hat folgende Aufgabe so gelöst:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{3+4} = \frac{3}{7}$$

a) Beschreibe den Fehler des Schülers in einem Satz:

b) Berechne die Aufgabe **korrekt** und zeige alle Schritte:

Teil C – Vertiefung

Textaufgaben und mehrstufige Probleme

Aufgabe 7

4 P.

Hausaufgaben: Mia erledigt am Montag $\frac{1}{3}$ ihrer Hausaufgaben. Am Dienstag erledigt sie weitere $\frac{1}{4}$ der Hausaufgaben.

a) Welchen Anteil der Hausaufgaben hat Mia insgesamt nach zwei Tagen erledigt?

b) Welcher Anteil der Hausaufgaben ist noch **nicht** erledigt?

Antwort: Nach zwei Tagen hat Mia _____ der Hausaufgaben erledigt. Es fehlen noch _____ der Hausaufgaben.

Aufgabe 8

4 P.

Kuchenrezept: Du backst einen Kuchen. Dafür brauchst du $\frac{3}{4}$ kg Mehl. Du hast zwei angebrochene Mehlpackungen: In der ersten sind noch $\frac{2}{3}$ kg, in der zweiten noch $\frac{1}{6}$ kg Mehl.

a) Wie viel Mehl hast du insgesamt? Zeige alle Schritte.

b) Reicht das Mehl für den Kuchen? Wenn ja, wie viel Mehl bleibt übrig? Wenn nein, wie viel Mehl fehlt dir?

Antwort:



Hinweis: Übersetze die Situation zuerst in eine Rechnung. Prüfe am Schluss: Macht dein Ergebnis im Alltag Sinn?

Lösungen

Aufgabe 1:

✓ **Wahr** $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5} = \frac{3}{5}$ – die Nenner sind gleich, nur die Zähler werden addiert. ✓

✗ **Falsch** Der Nenner gibt die Grösse der Teile an und bleibt bei Addition und Subtraktion unverändert. Nur die Zähler werden addiert. ✗

✓ **Wahr** $\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ – gekürzt durch 2. ✓

✗ **Falsch** Das kgV von 4 und 6 ist **12**, nicht 24. Vielfache von 4: 4, 8, **12**, ... Vielfache von 6: 6, **12**, ... ✗

Aufgabe 2: a) $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{2+4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{7}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7-3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{4:2}{10:2} = \frac{2}{5}$

c) $\frac{5}{12} + \frac{4}{12} = \frac{5+4}{12} = \frac{9}{12} = \frac{9:3}{12:3} = \frac{3}{4}$

Aufgabe 3:

- Hauptnenner: **12** (kgV von 4 und 6; Vielfache von 4: 4, 8, **12** – Vielfache von 6: 6, **12**)
- Erster Bruch: $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$
- Zweiter Bruch: $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{2}{12}$
- Ergebnis: $\frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{5}{12}$

Aufgabe 4: Richtige Antwort: B – 12

Das kgV von 3 und 4 ist 12, weil 12 die kleinste Zahl ist, die durch 3 **und** durch 4 teilbar ist. Ein kleinerer Hauptnenner macht die Rechnung einfacher und das Ergebnis direkt übersichtlicher.

- Antwort A ist falsch: Man darf die Nenner **nie** addieren.
- Antwort C ist falsch: 6 ist kein Vielfaches von 4.
- Antwort D ist falsch: 24 wäre ein gemeinsames Vielfaches, aber nicht das **kleinste**.

Probe: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$

Aufgabe 5: a) $\text{kgV}(2, 4) = 4$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

b) $\text{kgV}(6, 3) = 6$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5}{6} - \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

c) $\text{kgV}(4, 8) = 8$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Aufgabe 6: a) Fehler: Der Schüler hat **Zähler und Nenner separat addiert** ($2 + 1 = 3$ und $3 + 4 = 7$), was mathematisch falsch ist. Der Nenner gibt die Grösse der Teile an und darf nicht einfach addiert werden.

b) Korrekte Lösung: $\text{kgV}(3, 4) = 12$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

Kontrolle: $\frac{11}{12}$ ist fast 1 – das macht Sinn, denn $\frac{2}{3} \approx 0.67$ und $\frac{1}{4} = 0.25$, zusammen $\approx 0.92 = \frac{11}{12}$. ✓
(Der falsche Wert $\frac{3}{7} \approx 0.43$ wäre sogar kleiner als $\frac{2}{3}$ allein – das ist unmöglich bei einer Addition!)

Aufgabe 7: a) $\text{kgV}(3, 4) = 12$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$$

Mia hat $\frac{7}{12}$ der Hausaufgaben erledigt.

b)

$$1 - \frac{7}{12} = \frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

Es fehlen noch $\frac{5}{12}$ der Hausaufgaben.

Kontrolle: $\frac{7}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12} = 1$ ✓

Aufgabe 8: a) Vorhandenes Mehl: $\text{kgV}(3, 6) = 6$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Es sind insgesamt $\frac{5}{6}$ kg Mehl vorhanden.

b) Vergleich mit benötigten $\frac{3}{4}$ kg. $\text{kgV}(6, 4) = 12$:

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$$

Das Mehl **reicht**. Es bleibt sogar $\frac{1}{12}$ kg Mehl übrig (das sind ungefähr 83 Gramm).

Kontrolle: $\frac{9}{12} + \frac{1}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \checkmark$