

# Brüche multiplizieren

## Beispiele und Übungsaufgaben

mathe.city

**Grundregel:** Für zwei Brüche  $\frac{a}{b}$  und  $\frac{c}{d}$  gilt:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Du multiplizierst Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Beispiele</b>	<b>2</b>
1.1	Beispiel 1: Einstiegsaufgabe . . . . .	2
1.2	Beispiel 2: Aufbauende Aufgabe . . . . .	2
1.3	Beispiel 3: Mittelschwere Aufgabe . . . . .	3
1.4	Beispiel 4: Komplexere Aufgabe . . . . .	4
1.5	Beispiel 5: Transferaufgabe aus dem Alltag . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Übungsaufgaben</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Lösungen</b>	<b>7</b>

# 1 Beispiele

## 1.1 Beispiel 1: Einstiegsaufgabe

### Beispiel 1

#### Aufgabe:

Anna isst  $\frac{1}{2}$  einer Tafel Schokolade. Ihre Freundin bekommt  $\frac{2}{3}$  davon ab. Welchen Anteil der ganzen Tafel erhält die Freundin?

#### Lösungsweg:

Du multiplizierst die beiden Brüche miteinander. Die Freundin bekommt  $\frac{2}{3}$  von Annas Hälfte.

Zuerst schreibst Du die Aufgabe auf:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$$

Jetzt prüfst Du, ob Du kürzen kannst. Der Zähler 2 des zweiten Bruchs und der Nenner 2 des ersten Bruchs haben den gemeinsamen Teiler 2. Du kürzt:

$$\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{3} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3}$$

Nun multiplizierst Du Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3} &= \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Das Ergebnis ist bereits vollständig gekürzt. **Die Freundin erhält  $\frac{1}{3}$  der ganzen Tafel Schokolade.**

## 1.2 Beispiel 2: Aufbauende Aufgabe

### Beispiel 2

#### Aufgabe:

Ein Rezept benötigt  $\frac{3}{4}$  Liter Milch. Du möchtest nur  $\frac{2}{5}$  der Rezeptmenge zubereiten. Wie viel Milch brauchst Du?

#### Lösungsweg:

Du berechnest  $\frac{2}{5}$  von  $\frac{3}{4}$  Liter. Das entspricht einer Multiplikation.

Die Aufgabe lautet:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$$

Prüfe auf gemeinsame Teiler. Die Zähler 2 und 3 sowie die Nenner 5 und 4 haben keine gemeinsamen Teiler ausser 1. Du kannst nicht kürzen.

Multipliziere nun:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} &= \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} \\ &= \frac{6}{20} \end{aligned}$$

Jetzt kürzt Du das Ergebnis. Der grösste gemeinsame Teiler von 6 und 20 ist 2:

$$\begin{aligned}\frac{6}{20} &= \frac{6 : 2}{20 : 2} \\ &= \frac{3}{10}\end{aligned}$$

Du brauchst  $\frac{3}{10}$  Liter Milch.

### 1.3 Beispiel 3: Mittelschwere Aufgabe

#### Beispiel 3

##### Aufgabe:

Berechne:  $1\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$

##### Lösungsweg:

Zuerst wandelst Du den gemischten Bruch in einen unechten Bruch um. Bei  $1\frac{2}{3}$  multiplizierst Du  $1 \cdot 3 = 3$  und addierst 2:

$$1\frac{2}{3} = \frac{(1 \cdot 3) + 2}{3} = \frac{5}{3}$$

Nun lautet die Aufgabe:

$$\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{10}$$

Suche nach Kürzungsmöglichkeiten. Die 3 im Nenner des ersten Bruchs und die 9 im Zähler des zweiten Bruchs haben den gemeinsamen Teiler 3. Die 5 im Zähler und die 10 im Nenner haben den gemeinsamen Teiler 5:

$$\frac{\cancel{5}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{9}}{\cancel{10}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{2}$$

Jetzt multiplizierst Du:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{2} &= \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} \\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

Du kannst das Ergebnis als gemischten Bruch schreiben. Teile 3 durch 2:  $3 : 2 = 1$  Rest 1:

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

Das Endergebnis ist  $1\frac{1}{2}$ .

## 1.4 Beispiel 4: Komplexere Aufgabe

**Beispiel 4****Aufgabe:**

Berechne:  $\frac{5}{6} \cdot 2\frac{2}{5} \cdot \frac{9}{10}$

**Lösungsweg:**

Diese Aufgabe verlangt die Multiplikation von drei Faktoren. Einer davon ist ein gemischter Bruch.

Zuerst wandelst Du den gemischten Bruch um:

$$2\frac{2}{5} = \frac{(2 \cdot 5) + 2}{5} = \frac{12}{5}$$

Nun schreibst Du die komplette Aufgabe:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{9}{10}$$

Jetzt kommt das Kreuzkürzen. Beginne mit der 5:

$$\cancel{5} \cdot \frac{12}{\cancel{5}} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{1} \cdot \frac{9}{10}$$

Jetzt die 12 und die 6:

$$\frac{1}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{12}}{1} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{9}{10}$$

Nach dem Kürzen:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{9}{10} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 9}{1 \cdot 1 \cdot 10} = \frac{18}{10}$$

Kürze das Ergebnis mit dem grössten gemeinsamen Teiler 2:

$$\frac{18}{10} = \frac{18 : 2}{10 : 2} = \frac{9}{5}$$

Wandle in einen gemischten Bruch um:  $9 : 5 = 1 \text{ Rest } 4$

$$\frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

Das Endergebnis ist  $1\frac{4}{5}$ .

## 1.5 Beispiel 5: Transferaufgabe aus dem Alltag

**Beispiel 5****Aufgabe:**

Ein Garten ist  $\frac{3}{4}$  eines Fussballfelds gross. Davon sind  $\frac{2}{5}$  als Gemüsebeet angelegt. Das Gemüsebeet wird zu  $\frac{1}{3}$  mit Tomaten bepflanzt. Welcher Anteil des Fussballfelds ist mit

Tomaten bepflanzt?

**Lösungsweg:**

Du berechnest einen Teil von einem Teil von einem Teil. Das bedeutet: Du multiplizierst alle drei Brüche miteinander.

Die mathematische Formulierung lautet:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$$

Kürze die 3 im ersten Zähler und die 3 im dritten Nenner:

$$\frac{\cancel{3}}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{1}$$

Multipliziere:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{1} &= \frac{1 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 5 \cdot 1} \\ &= \frac{2}{20} \\ &= \frac{1}{10} \end{aligned}$$

Die Tomaten nehmen  $\frac{1}{10}$  des Fussballfelds ein.

## 2 Übungsaufgaben

### Übungsaufgaben

**Aufgabe 1:**

Berechne:  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}$

**Aufgabe 2:**

Multipliziere:  $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7}$

**Aufgabe 3:**

Berechne und kürze das Ergebnis:  $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8}$

**Aufgabe 4:**

Multipliziere:  $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}$

**Aufgabe 5:**

Ein Bäcker verwendet  $\frac{2}{3}$  seines Mehls für Brot. Davon nimmt er  $\frac{3}{4}$  für Vollkornbrot. Welcher Anteil des gesamten Mehls wird für Vollkornbrot verwendet?

**Aufgabe 6:**

Berechne:  $\frac{5}{6} \cdot 2\frac{2}{5}$

**Aufgabe 7:**

Multipliziere drei Brüche:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$

**Aufgabe 8:**

Berechne:  $-\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)$

**Aufgabe 9:**

Ein rechteckiges Grundstück ist  $2\frac{1}{2}$  Kilometer lang und  $1\frac{3}{5}$  Kilometer breit. Berechne die Fläche in Quadratkilometern.

**Aufgabe 10:**

Vereinfache durch Kreuzkürzen und berechne:  $\frac{15}{28} \cdot \frac{14}{25} \cdot \frac{10}{21}$

### 3 Lösungen

#### Lösung zu Aufgabe 1

Du multiplizierst die beiden Brüche direkt:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} &= \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 4} \\ &= \frac{1}{8}\end{aligned}$$

Das Ergebnis ist  $\frac{1}{8}$ .

#### Lösung zu Aufgabe 2

Multipliziere Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner:

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} &= \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 7} \\ &= \frac{6}{35}\end{aligned}$$

Das Ergebnis  $\frac{6}{35}$  lässt sich nicht weiter kürzen. Die Zahlen 6 und 35 haben keinen gemeinsamen Teiler ausser 1.

Das Ergebnis ist  $\frac{6}{35}$ .

#### Lösung zu Aufgabe 3

Suche vor der Multiplikation nach Kürzungsmöglichkeiten. Die 4 im ersten Zähler und die 8 im zweiten Nenner haben den gemeinsamen Teiler 4:

$$\frac{\cancel{4}}{9} \cdot \frac{3}{\cancel{8}} = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{2}$$

Jetzt die 3 im zweiten Zähler und die 9 im ersten Nenner (gemeinsamer Teiler 3):

$$\frac{1}{\cancel{9}} \cdot \frac{\cancel{3}}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

Multipliziere:

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} &= \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{1}{6}\end{aligned}$$

Das Ergebnis ist  $\frac{1}{6}$ .

**Lösung zu Aufgabe 4**

Wandle den gemischten Bruch um:

$$1\frac{1}{3} = \frac{(1 \cdot 3) + 1}{3} = \frac{4}{3}$$

Jetzt multipliziere:

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}$$

Kürze die 4 im ersten Zähler mit der 4 im zweiten Nenner und die 3 im ersten Nenner mit der 3 im zweiten Zähler:

$$\frac{\cancel{4}}{3} \cdot \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} = 1$$

**Das Ergebnis ist 1.**

**Lösung zu Aufgabe 5**

Du berechnest  $\frac{3}{4}$  von  $\frac{2}{3}$ . Das ist eine Multiplikation:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$$

Kürze die 3 im ersten Nenner mit der 3 im zweiten Zähler:

$$\frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{4} = \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{4}$$

Multipliziere:

$$\begin{aligned} \frac{2}{1} \cdot \frac{1}{4} &= \frac{2 \cdot 1}{1 \cdot 4} \\ &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

**Der Bäcker verwendet  $\frac{1}{2}$  seines gesamten Mehls für Vollkornbrot.**

**Lösung zu Aufgabe 6**

Wandle den gemischten Bruch um:

$$2\frac{2}{5} = \frac{(2 \cdot 5) + 2}{5} = \frac{12}{5}$$

Die Aufgabe lautet jetzt:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{12}{5}$$

Kürze die 5 im ersten Zähler mit der 5 im zweiten Nenner:

$$\frac{\cancel{5}}{6} \cdot \frac{12}{\cancel{5}} = \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{1}$$

Jetzt kürze die 12 im zweiten Zähler mit der 6 im ersten Nenner (gemeinsamer Teiler 6):

$$\frac{1}{\cancel{6}} \cdot \frac{\cancel{12}}{1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1}$$



Multipliziere:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{2}{1} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{2}{1} = 2$$

Das Ergebnis ist 2.

### Lösung zu Aufgabe 7

Schreibe die Aufgabe auf:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{6}$$

Kürze systematisch. Zuerst die 9 und die 3:

$$\frac{2}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{9}}{10} \cdot \frac{5}{6} = \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$$

Jetzt die 2 im ersten Zähler und die 10 im zweiten Nenner:

$$\frac{\cancel{2}}{1} \cdot \frac{3}{\cancel{10}} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$$

Jetzt die 5 im zweiten Nenner und die 5 im dritten Zähler:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}}{6} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{6}$$

Multipliziere:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Das Ergebnis ist  $\frac{1}{2}$ .

### Lösung zu Aufgabe 8

Achte auf die Vorzeichen. Du hast einen negativen Bruch, einen positiven Bruch und einen negativen Bruch.

Bestimme das Vorzeichen:  $(-) \cdot (+) \cdot (-) = (+)$ . Das Ergebnis wird positiv.

Schreibe die Aufgabe auf:

$$-\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9} \cdot \left(-\frac{6}{5}\right)$$

Rechne mit den Beträgen und kürze. Die 3 und die 9 (Teiler 3), die 4 und die 8 (Teiler 4):

$$\frac{\cancel{3}}{8} \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{9}} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{5}$$

Jetzt die 6 und die 2 (Teiler 2):

$$\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\cancel{6}}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}$$

Jetzt die 3 im Nenner und die 3 im Zähler:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{5}$$

Multipliziere:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 5} = \frac{1}{5}$$

Das Ergebnis ist  $+\frac{1}{5}$  oder einfach  $\frac{1}{5}$ .

### Lösung zu Aufgabe 9

Die Fläche eines Rechtecks berechnest Du durch Multiplikation von Länge und Breite. Wandle beide gemischten Brüche um:

$$2\frac{1}{2} = \frac{(2 \cdot 2) + 1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$1\frac{3}{5} = \frac{(1 \cdot 5) + 3}{5} = \frac{8}{5}$$

Multipliziere die Brüche:

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{8}{5}$$

Kürze die 5 im ersten Zähler mit der 5 im zweiten Nenner:

$$\frac{\cancel{5}}{2} \cdot \frac{8}{\cancel{5}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{1}$$

Jetzt kürze die 8 und die 2 (gemeinsamer Teiler 2):

$$\frac{1}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{8}}{1} = \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{1}$$

Multipliziere:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{4}{1} = \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 1} = \frac{4}{1} = 4$$

**Die Fläche des Grundstücks beträgt 4 Quadratkilometer.**

### Lösung zu Aufgabe 10

Schreibe die Aufgabe auf:

$$\frac{15}{28} \cdot \frac{14}{25} \cdot \frac{10}{21}$$

Kürze die 15 und die 25 (Teiler 5):

$$\frac{\cancel{15}}{28} \cdot \frac{14}{\cancel{25}} \cdot \frac{10}{21} = \frac{3}{28} \cdot \frac{14}{5} \cdot \frac{10}{21}$$

Kürze die 14 und die 28 (Teiler 14):

$$\frac{3}{\cancel{28}} \cdot \frac{\cancel{14}}{5} \cdot \frac{10}{21} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{21}$$

Kürze die 10 und die 5 (Teiler 5):

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{10}}{21} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{21}$$

Kürze die 2 im Nenner und die 2 im Zähler:

$$\frac{3}{\cancel{2}} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{\cancel{2}}{21} = \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{21}$$

Kürze die 3 und die 21 (Teiler 3):

$$\frac{\cancel{3}}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{\cancel{21}} = \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{7}$$

Multipliziere:

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{1 \cdot 1 \cdot 7} = \frac{1}{7}$$

Das Ergebnis ist  $\frac{1}{7}$ .

*Hinweis: Diese Aufgabe zeigt, wie mächtig das Kreuzkürzen ist. Ohne Kürzen hättest Du  $\frac{2100}{14700}$  erhalten müssen!*